

# MATEMÁTICA ACTUARIAL para todos.

Con ejercicios resueltos e ilustraciones de GeoGebra

**Marco G. Sinchi.**

# MATEMÁTICA ACTUARIAL

para todos.

Con ejercicios resueltos e ilustraciones de GeoGebra

MARCO SINCHI.

*a Cynthia Gabriela.*

# Índice

## Prefacio. 6

### 1. ¿Qué es la matemática actuarial? 7

1.1 Riesgos aleatorios comunes: .....	7
1.2 Tipos de Comportamientos frente al riesgo .....	8
1.3 ¿Cuáles son los temas de estudio la matemática actuarial? .....	10

### 2 Método de cálculo: seguros de vida privados. 11

2.1 Signos, códigos y significados. ....	12
2.2 La $x$ .....	12
2.3 El $l_x$ .....	13
2.4 El $dx$ .....	13
2.5 La $\xi$ , $X$ ó $IB$ .....	13
2.6 $F(x)$ .....	13
2.7 $S(x)$ .....	14
2.8 La $q_x$ .....	15
2.9 La $t/n q_x$ .....	15
2.10 El $L_x$ .....	16
2.11 La $m_x$ .....	16
2.12 El $T_x$ .....	16
2.13 La $ex_0$ .....	17
2.14 Ejercicios del capítulo .....	17

### 3 Modelos matemáticos. 18

3.1 Valores de conmutación .....	18
3.2 El $V_t$ ó $VA$ .....	18
3.3 Valor de conmutación $C_x$ .....	19
3.4 Valor de conmutación $D_x$ .....	19
3.5 Valor de conmutación $M_x$ .....	19
3.6 Valor de conmutación $R_x$ .....	19
3.7 Valor de conmutación $N_x$ .....	19
3.8 Ejercicios del capítulo .....	20
3.9 Autoexamen 1 .....	20
3.10 Apéndice del Capítulo .....	20
3.11 La mortalidad y la tabla de mortalidad. ....	20

### 4 Seguros de vida. 25

4.1 Operaciones de seguros pagaderas al fin del año de fallecimiento .....	25
4.2 Valor actuaria de una operación de seguros que paga un capital unitario al fin del año de fallecimiento de una persona de edad $x$ siempre y cuando esto suceda pasado $t$ años y dentro del año siguiente.....	25

4.3 Valor actuarial de una operación de seguro que paga un capital unitario al fin del año de fallecimiento de una persona de edad $x$ siempre que esto ocurra dentro de los $n$ años siguientes.	26
4.4 Valor actuarial que paga un capital unitario al fin de un año de fallecimiento cuando sea que ocurra.....	27
4.5 Ejercicios del capítulo .....	27

## **5 Seguros de vida diferidos . 29**

5.1 Valor actuarial de una operación de seguros diferido de $n$ años cuya prestación consiste en el pago de una unidad monetaria al fin del año de fallecimiento cuando sea que ocurra. ....	29
5.2 Valor actuarial diferido de una operación de seguros que paga un capital unitario al fin del año de fallecimiento si esto ocurre pasado $m$ años pero dentro de $n$ años.....	30
5.3 Valor actuarial de un capital unitario si transcurridos $n$ años de $x$ , el asegurado sobrevive. ....	31
5.4 Ejercicios del capítulo .....	31

## **6 Seguros de vida Variables. 33**

6.1 Valor actuarial de una operación de seguros de vida temporal que paga una unidad monetaria si es que fallece entre $x$ y $x+1$ , dos unidades monetarias si fallece entre $x+1$ y $x+2$ y así sucesivamente hasta $x+n$ .....	33
6.2 Valor actuarial de una operación de seguros de por vida creciente que paga una unidad monetaria si la persona fallece entre $x$ y $x+1$ , 2 unidades monetarias se fallece entre $x+1$ y $x+2$ y así hasta omega. ....	34
6.3 Valor actuarial de una operación de seguros de por vida creciente que paga una unidad monetaria si la persona fallece entre $m$ y $m+1$ , 2 unidades monetarias se fallece entre $m+1$ y $m+2$ y así hasta omega. ....	36
6.4 Valor actuarial de una operación de seguros creciente que paga una unidad monetaria si la persona fallece entre $m$ y $m+1$ , 2 unidades monetarias se fallece entre $m+1$ y $m+2$ y así hasta $n$ . ....	37
6.5 Ejercicios del capítulo .....	39
6.6 Autoexamen 2 .....	40

## **7 Rentas vitalicias. 43**

7.1 Renta vitalicia anticipada y temporal por $n$ años.....	43
7.2 Renta vitalicia anticipada de por vida.....	43
7.3 Renta vitalicia anticipada y diferida.....	43
7.4 Renta vitalicia anticipada y diferida y temporal .....	43
7.5 Ejercicios del capítulo .....	43

## **8 Rentas vitalicias vencidas. 44**

8.1 Renta vitalicia vencida de por vida.....	44
8.2 Renta vitalicia vencida temporal.....	44
8.3 Renta vitalicia vencida diferida de por vida .....	44
8.4 Renta vitalicia vencida diferida y temporal.....	44
8.5 Ejercicios del capítulo .....	44

<b><u>9 Valores actuariales de rentas fraccionarias.</u></b>	<b><u>46</u></b>
9.1 Renta fraccionaria vencida de por vida .....	46
9.2 Renta fraccionaria vencida y diferida de por vida .....	46
9.3 Renta fraccionaria vencida y temporal .....	46
9.4 Renta vitalicia fraccionaria vencida diferida y temporal .....	46
9.5 Ejercicios del capítulo .....	46
9.6 Autoexamen 3 .....	47

<b><u>10 Introducción a los seguros colectivos y sociales.</u></b>	<b><u>48</u></b>
10.1 Grupo de supervivencia .....	48
10.2 Probabilidad de supervivencia .....	48

<b><u>11 Apéndice.</u></b>	<b><u>49</u></b>
11.1 Calculo del periodo de recuperación de la inversión. ....	49
11.2 Análisis de la viabilidad de un proyecto .....	49
11.3 Ejercicios del Apéndice .....	49
Formulas del texto .....	51
Respuesta a los ejercicios impares. ....	55
Respuestas a los autoexámenes .....	57
Respuestas a los ejercicios del Apéndice. ....	58

<b><u>Bibliografía.</u></b>	<b><u>59</u></b>
-----------------------------	------------------

*"Dios hizo los números enteros, el resto es el trabajo de los hombres."*

**Leopold Kronecker.**

## **Prefacio**

Este libro surgió después de haber recibido un breve curso introductorio de matemática actuarial y haber comprobado que no existen libros didácticos que permitan reforzar los conocimientos recibidos en clase mediante la resolución de ejercicios.

Una verdadera educación integral permite potenciar la capacidad creativa de los estudiantes llevándoles a teorizar y reinventar el conocimiento adquirido en un continuo proceso de crecimiento intelectual mediante la problematización de la realidad, por ello, este libro presenta en un principio los fundamentos y explicaciones cronológicas que permitirán comprender las bases estructurales para la resolución de los ejercicios. Posteriormente se deja al estudiante la mayor cantidad de demostraciones y ejercicios por resolver.

Mi agradecimiento al Econ. Mgt. Luis Gabriel Pinos L por haberme enseñado los fundamentos básicos de la matemática actuarial.

Finalmente espero que este libro sea útil para usted amig@ lector o lectora, sus críticas, sugerencias y detección de errores, en caso de existir, serán de gran ayuda para las próximas ediciones.

**Marco Sinchi.**



# Capítulo 1

## ¿Qué es la matemática actuarial?

La matemática actuarial es la ciencia que le permite cuantificar el riesgo en términos monetarios.

### Riesgos aleatorios comunes:

-Incendio de propiedades.

-Pérdida financiera.

-Muerte.

-Supervivencia...

**Riesgo:** Es la posibilidad de pérdida, daño o robo.

**Prima:** Es el precio del seguro.

*La matemática actuarial brinda seguridad financiera.*

En los seguros de vida la matemática actuarial cuantifica el riesgo incierto mediante la utilización de datos de mortalidad (los cuales se expresan en tablas y varían en cada región o país). Estas tablas permiten obtener el valor de una **prima** que pueda cubrir el monto asegurable en caso de que se produzca el **siniestro= ocurrencia del riesgo asegurado**.

#### Elementos esenciales del contrato de seguro (decreto supremo 1147)

1. El asegurador;
2. El solicitante;
3. El interés asegurable;
4. El riesgo asegurable;
5. El monto asegurado o el límite de responsabilidad del asegurador, según el caso;
6. La prima o precio del seguro; y,
7. La obligación del asegurador, de efectuar el pago del seguro en todo o en parte, según la extensión del siniestro.

A falta de uno o más de estos elementos el contrato de seguro es absolutamente nulo.

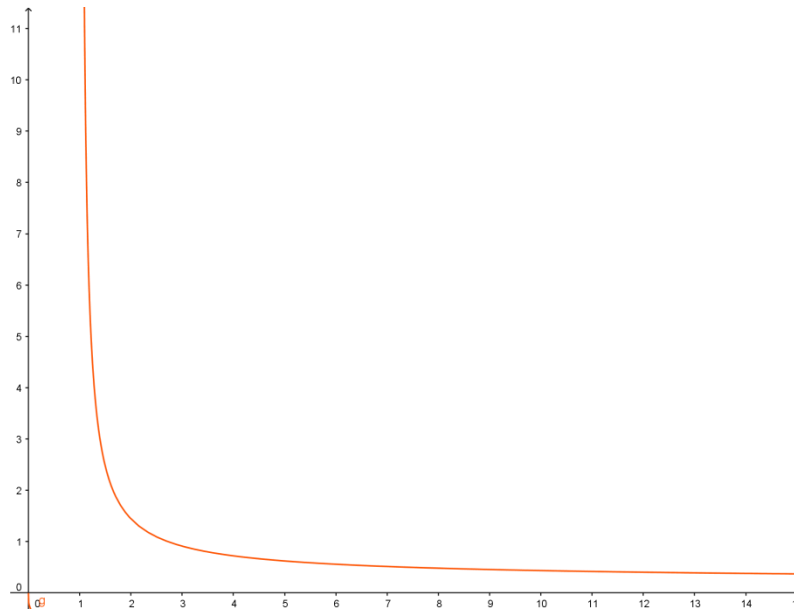
**Póliza:** Es el documento en que se plasma el contrato de seguro.

## Tipos de Comportamientos frente al riesgo.

### Adversos al riesgo-

*Sacrificio recursos para no asumir riesgos*

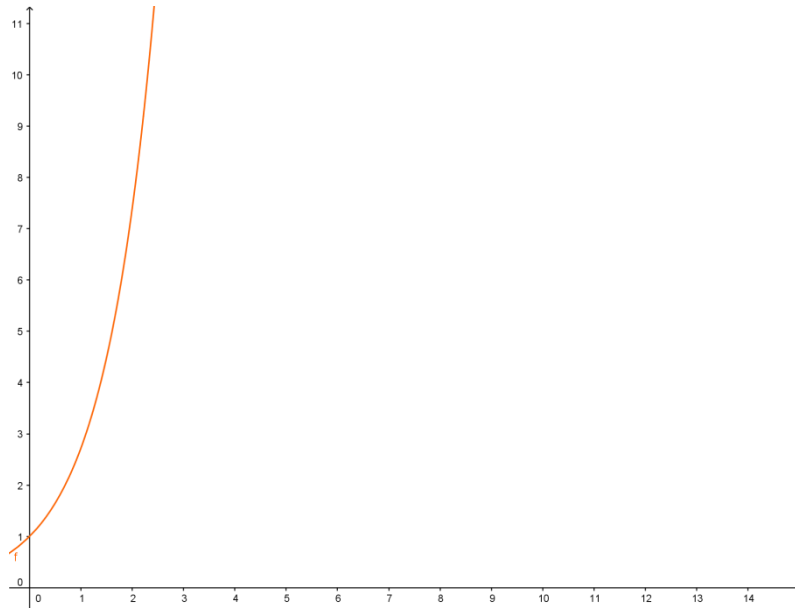
-Pago una prima.



### Propensos al riesgo-

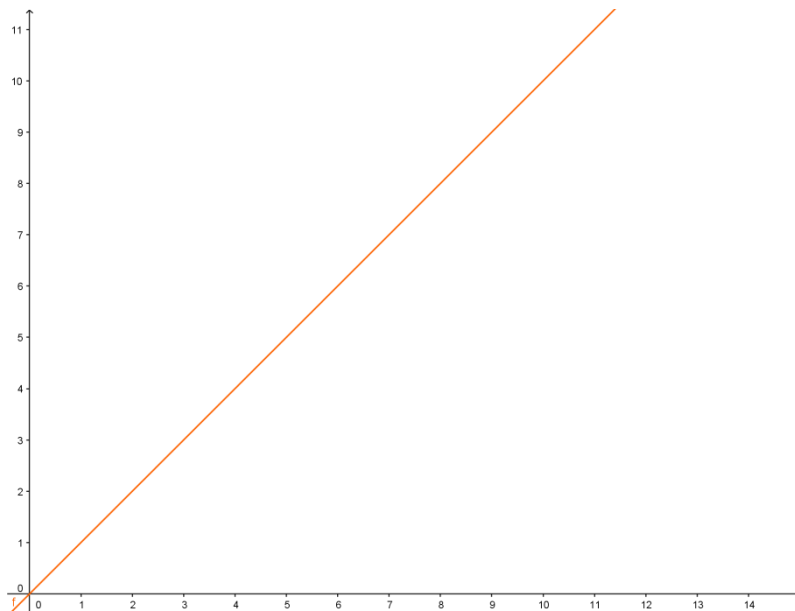
*Me gusta el riesgo*

-La utilidad respecto al riesgo es creciente.



## Neutros al riesgo-

Con riesgo o sin riesgo igual la vida sigue.



**¿Cuáles son los temas de estudio la matemática actuarial?**

**-Riesgos**

**-Utilidades.**

**-Seguros de vida y seguros de no vida**

Cálculo de primas para **Seguros privados.**

-Seguros de vida en caso de muerte.

-Seguros de vida en caso de vida.

-Seguros de vida mixtos.

Cálculo de primas para **Seguros colectivos y sociales.**

#### **Usos de la Matemática Actuarial**

-El cálculo de primas, reservas, valores garantizados, etc., en las operaciones de seguros de vida.

-El análisis cuantitativo de los sistemas actuariales en los seguros colectivos, sociales y planes de pensiones.

-El estudio de los problemas de tarificación y reservas técnicas en los seguros no vida.

-La determinación de las magnitudes de estabilidad del ente asegurador y el análisis de su solvencia.

### El método de cálculo: seguros de vida privados.

#### ¿Qué es un seguro? (decreto supremo 1147)

**Art. 1.-** El seguro es un contrato mediante el cual una de las partes, el asegurador, se obliga, a cambio del pago de una prima, a indemnizar a la otra parte, dentro de los límites convenidos, de una pérdida o un daño producido por un acontecimiento incierto; o a pagar un capital o una renta, si ocurre la eventualidad prevista en el contrato.

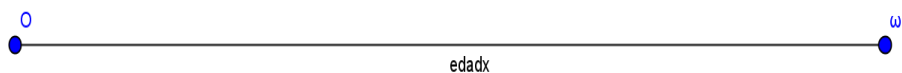
Para realizar los cálculos actuariales de los seguros de vida privados es necesario conocer el significado de las variables utilizadas.

## Signos, códigos y significados.

### La $x$

En matemática actuarial la  $x$  representa la edad de la persona asegurada la misma que puede estar entre 0 y  $\omega$ .

$\omega$  es la letra griega utilizada para representar el límite superior de supervivencia.



### El $l_x$

El  $l_x$  indica el número de sobrevivientes a la edad de  $x$ .

$$l_x = l_0 \cdot S(x)$$

$l_0 = \#$  de recién nacidos

### El $dx$

$dx$  indica el número de fallecimientos a la edad de  $x$ .

$$dx = l_x - l_{x+1}$$

## La $\xi, X$ ó $IB$

$\xi$  es la variable aleatoria asociada con la edad de fallecimiento de un recién nacido.

### $F(x)$

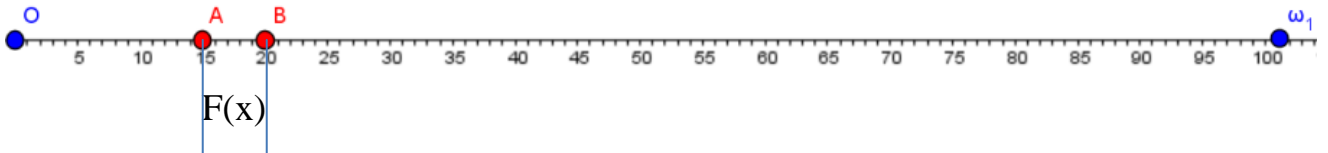
La  $F(x)$  es la función de distribución.

$$F(x) = p(\xi \leq x)$$

### Ejercicio resuelto:

Representar la probabilidad de fallecimiento un recién nacido entre 15 y 20 años.

$$F(20) - F(15) = p(15 \leq \xi \leq 20)$$



$$F(15) = p(\xi \geq 15)$$

$$F(20) = p(\xi \leq 20)$$

### $S(x)$

$S(x)$  representa la función de supervivencia

$$S(x) = 1 - F(x)$$

$$F(B) - F(A) = S(A) - S(B)$$

$$S(x) = \frac{lx}{lo}$$

Probabilidad condicional

$$= \frac{F(y) - F(x)}{1 - F(x)}$$

### La $p_x$

${}_t p_x$  Probabilidad de que una persona de edad  $x$  sobreviva a la edad  $x+t$

$$p_x = \frac{S(x+t)}{S(x)} = \frac{l(x+t)}{l(x)}$$

#### Ejercicio resuelto:

Plantear la probabilidad de que una persona de dos años sobreviva dos años más.

$${}_2 p_2 = \frac{S(4)}{S(2)} = \frac{l(4)}{l(2)}$$

$${}_2 p_2 = \frac{S(4)}{S(2)} = \frac{l(4)}{l(2)}$$

### La $q_x$

${}_t q_x$  Probabilidad de que una persona de edad  $x$  fallezca dentro de  $t$  años

$${}_t q_x = \frac{S(x) - S(x+t)}{S(x)} = \frac{l(x) - l(x+t)}{l(x)}$$

#### Ejercicio resuelto:

Plantear la probabilidad de que una persona de 22 años sobreviva 5 años más.

$${}_5 q_{22} = \frac{S(22) - S(27)}{S(22)} = \frac{l(22) - l(27)}{l(22)}$$



### La $t/n q_x$

$t/n q_x$  Probabilidad de que una persona de edad  $x$  sobreviva a la edad de  $x+t$  pero fallezca a la edad  $x+t+n$

$$t/n q_x = \frac{S(x+t) - S(x+t+n)}{S(x)} = \frac{l(x+t) - l(x+t+n)}{l(x)}$$

### Ejercicio resuelto:

Plantear la probabilidad de que una persona de 27 años sobreviva a la edad de 30 pero muera a los 35

$$t/n q_x = \frac{S(x+t) - S(x+t+n)}{S(x)} = \frac{l(x+t) - l(x+t+n)}{l(x)}$$

$$3/5 q_{27} = \frac{S(30) - S(35)}{S(27)} = \frac{l(30) - l(35)}{l(27)}$$

### El $L_x$

El  $L_x$  es el promedio de sobrevivientes a la edad de  $x$ .

$$L_x = \frac{l(x) - l(x+1)}{2}$$

### La $m_x$

$m_x$  es la fuerza de mortalidad.

$$m_x = \frac{1}{2} [\ln(l_x - 1) - \ln(l_x + 1)]$$

## El Tx

El Tx es el tiempo futuro de supervivencia

$$Tx = \int_0^{\omega} l_{x+t} dx$$

$$T_0 = \sum_0^{\omega} l_x$$

$$Tx = T_{X-1} - L_{X-1}$$

## La $e_x^0$

$e_x^0$  es la esperanza de vida completa.

$$e_x^0 = \frac{T_x}{l_x}$$

## Ejercicios del capítulo

**2.1** Representar la probabilidad de fallecimiento un recién nacido entre 45 y 60.

**2.2** Representar la función de supervivencia de un recién nacido entre la edad de A y B donde  $B > A$ .

**2.3** Plantear la probabilidad de que una persona de 40 años sobreviva a la edad de 43.

**2.4** Plantear  $q_5$

**2.5** Plantear  $5/ q_{12}$

**2.6** Si la tabla de mortalidad viene representada por la función:

$$l_x = 1000\sqrt{(1000 - x)}$$

Calcule la probabilidad de supervivencia desde el origen hasta los 18 años.

**2.7** Sabiendo que un determinado sector industrial se caracteriza por  $q_0 = 0.70$ ,  $q_1 = 0.30$ ,  $q_2 = 10.40$ ,  $q_3 = 1$  y que el colectivo inicial está constituido por 1000 personas se pide calcular:

$$l_1, d_1$$

$$l_2, d_2$$

$$l_3, d_3$$

$$l_4.$$

**2.8** Plantear la probabilidad de que una persona de 30 años sobreviva al menos 60 años más.

## Capítulo3

### Modelos Matemáticos.

#### Valores de conmutación.

Los valores de conmutación permiten sustituir formulas complejas por simples.

#### El $V^t$ ó VA

El  $V^t$  representa el valor actual financiero de una unidad monetaria.

$$V^t = \frac{1}{(1+i)^t}$$

$i = \text{tasa de interes}$

$t = \text{tiempo}$

#### Valor de conmutación $C_x$

$$C_x = V^{x+1} \cdot dx$$

#### Valor de conmutación $D_x$

$$D_x = V^x \cdot lx$$

#### Valor de conmutación $M_x$

$$M_x = \sum_{t=0}^{\omega} C_{x+t}$$

#### Valor de conmutación $R_x$

$$R_x = \sum_{t=0}^{\omega} \frac{M_{x+t}}{D_x}$$

**Valor de conmutación  $N_x$**

$$N_x = \sum_{t=0}^{\omega} \frac{D_{x+t}}{D_x}$$

$${}_nEx = \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

### Ejercicios

3.1 Si  $i = 0.04$ ,  $l_{40} = 96562$  calcular  $D_{40}$

3.2 Si  $i = 5\%$ ,  $l_{80} = 26262$  calcular  $D_{80}$

### Autoexamen 1

1. Si  ${}_7p_{60} = 0.86647$  y  ${}_8p_{60} = 0.84363$  hallar  ${}_6p_{67}$

2. ¿Incumbe a la aseguradora probar la ocurrencia del siniestro?

3. ¿Siniestro es la ocurrencia del riesgo?

4. Si  $l_{25} = 1000$ ,  $l_{28} = 955$ ,  $q_{25} = 0.01$  y  $l_{27} = \frac{955}{975}$

$$q_{26}, l_{26}, d_{26}, q_{27}, y d_{27}$$

5. Si  $l_x = 800$  y  $td_x = 350$ , calcule  $l_{x+t}$

## Apéndice del Capítulo3

### La mortalidad y la tabla de mortalidad.

La tabla de mortalidad refleja la relación años-supervivencia de una sociedad en particular en donde  $d_x$  se obtiene restando el número de muertes ocurridas en un año  $x+1$  del número de habitantes de edad  $x$  con estos datos se calcula  $l_x$  en donde  $l_0 = 100000$ . Luego con la aplicación de las formulas presentadas en los capítulos anteriores de este libro se podrán calcular todos, funciones, probabilidades y valores de conmutación.

Los datos de la tabla variaran de acuerdo a los datos que se usen (generalmente estos datos provienen de censos o registros civiles).

Para los ejercicios se utilizaran los datos de la siguiente tabla.

x	$l_x$	$d_x$	px	qx	mx	Sx	Fx	LX	TX	ex	Cx	Dx	Mx	Rx	Nx
0	100.000	894	0,9910600	0,0089400	-	1	0	99553	7701333	77,0133	859,62	100.000	6.760,9468	377.492,1818	2424215,3840
1	99.106	79	0,9992029	0,0007971	0,0048888	0,99106	0,00894	99066,5	7601780	76,7035	73,04	95.294	5.901,3314	370.731,2350	2324215,3840
2	99.027	47	0,9995254	0,0004746	0,0006361	0,99027	0,00973	99003,5	7502713,5	75,7643	41,78	91.556	5.828,2914	364.829,9036	2228921,1532
3	98.980	37	0,9996262	0,0003738	0,0004243	0,9898	0,0102	98961,5	7403710	74,8001	31,63	87.993	5.786,5086	359.001,6122	2137365,1251
4	98.943	32	0,9996766	0,0003234	0,0003487	0,98943	0,01057	98927	7304748,5	73,8278	26,30	84.577	5.754,8809	353.215,1035	2049372,2655
5	98.911	28	0,9997169	0,0002831	0,0003033	0,98911	0,01089	98897	7205821,5	72,8516	22,13	81.298	5.728,5792	347.460,2227	1964795,3744
6	98.883	27	0,9997270	0,0002730	0,0002781	0,98883	0,01117	98869,5	7106924,5	71,8721	20,52	78.149	5.706,4504	341.731,6435	1883497,7424
7	98.856	26	0,9997370	0,0002630	0,0002681	0,98856	0,01144	98843	7008055	70,8915	19,00	75.122	5.685,9326	336.025,1931	1805349,0711
8	98.830	24	0,9997572	0,0002428	0,0002530	0,9883	0,0117	98818	6909212	69,9101	16,86	72.214	5.666,9347	330.339,2605	1730226,6358
9	98.806	22	0,9997773	0,0002227	0,0002328	0,98806	0,01194	98795	6810394	68,9269	14,86	69.420	5.650,0726	324.672,3258	1658012,5228
10	98.784	22	0,9997773	0,0002227	0,0002227	0,98784	0,01216	98773	6711599	67,9422	14,29	66.735	5.635,2102	319.022,2532	1588592,7378
11	98.762	23	0,9997671	0,0002329	0,0002278	0,98762	0,01238	98750,5	6612826	66,9572	14,37	64.154	5.620,9194	313.387,0431	1521857,8070
12	98.739	22	0,9997772	0,0002228	0,0002279	0,98739	0,01261	98728	6514075,5	65,9727	13,21	61.672	5.606,5537	307.766,1237	1457703,8950
13	98.717	25	0,9997468	0,0002532	0,0002381	0,98717	0,01283	98704,5	6415347,5	64,9873	14,44	59.287	5.593,3410	302.159,5700	1396031,8069
14	98.692	30	0,9996960	0,0003040	0,0002787	0,98692	0,01308	98677	6316643	64,0036	16,66	56.992	5.578,9041	296.566,2290	1336744,9349
15	98.662	39	0,9996047	0,0003953	0,0003497	0,98662	0,01338	98642,5	6217966	63,0229	20,82	54.784	5.562,2462	290.987,3249	1279752,7640
16	98.623	46	0,9995336	0,0004664	0,0004309	0,98623	0,01377	98600	6119323,5	62,0476	23,62	52.656	5.541,4238	285.425,0787	1224969,2576
17	98.577	54	0,9994522	0,0005478	0,0005072	0,98577	0,01423	98550	6020723,5	61,0764	26,66	50.607	5.517,8086	279.883,6549	1172313,6316
18	98.523	63	0,9993606	0,0006394	0,0005938	0,98523	0,01477	98491,5	5922173,5	60,1096	29,90	48.634	5.491,1527	274.365,8462	1121706,8372
19	98.460	67	0,9993195	0,0006805	0,0006602	0,9846	0,0154	98426,5	5823682	59,1477	30,58	46.733	5.461,2502	268.874,6935	1073073,1138
20	98.393	72	0,9992682	0,0007318	0,0007064	0,98393	0,01607	98357	5725255,5	58,1876	31,60	44.905	5.430,6723	263.413,4433	1026339,8207
21	98.321	76	0,9992270	0,0007730	0,0007527	0,98321	0,01679	98283	5626898,5	57,2299	32,07	43.147	5.399,0763	257.982,7710	981434,5399
22	98.245	79	0,9991959	0,0008041	0,0007889	0,98245	0,01755	98205,5	5528615,5	56,2738	32,05	41.455	5.367,0077	252.583,6947	938287,9813
23	98.166	77	0,9992156	0,0007844	0,0007946	0,98166	0,01834	98127,5	5430410	55,3186	30,04	39.829	5.334,9553	247.216,6870	896832,9744
24	98.089	80	0,9991844	0,0008156	0,0008003	0,98089	0,01911	98049	5332282,5	54,3617	30,01	38.267	5.304,9159	241.881,7317	857004,4431
25	98.009	82	0,9991633	0,0008367	0,0008265	0,98009	0,01991	97968	5234233,5	53,4056	29,58	36.765	5.274,9066	236.576,8158	818737,8178
26	97.927	80	0,9991831	0,0008169	0,0008271	0,97927	0,02073	97887	5136265,5	52,4499	27,75	35.321	5.245,3301	231.301,9092	781972,9952
27	97.847	77	0,9992131	0,0007869	0,0008023	0,97847	0,02153	97808,5	5038378,5	51,4924	25,68	33.935	5.217,5848	226.056,5791	746651,7807
28	97.770	77	0,9992124	0,0007876	0,0007876	0,9777	0,0223	97731,5	4940570	50,5326	24,69	32.604	5.191,9070	220.838,9943	712716,8197
29	97.693	80	0,9991811	0,0008189	0,0008036	0,97693	0,02307	97653	4842838,5	49,5720	24,67	31.325	5.167,2168	215.647,0873	680112,7273
30	97.613	81	0,9991702	0,0008298	0,0008247	0,97613	0,02387	97572,5	4745185,5	48,6122	24,01	30095,9101	5.142,5513	210.479,8705	648787,3287
31	97.532	82	0,9991593	0,0008407	0,0008356	0,97532	0,02468	97491	4647613	47,6522	23,37	28.914	5.118,5381	205.337,3192	618691,4186
32	97.450	87	0,9991072	0,0008928	0,0008671	0,9745	0,0255	97406,5	4550122	46,6919	23,85	27.779	5.095,1633	200.218,7811	589777,0567
33	97.363	91	0,9990654	0,0009346	0,0009141	0,97363	0,02637	97317,5	4452715,5	45,7331	23,98	26.687	5.071,3171	195.123,6178	561998,1604

x	$l_x$	$d_x$	px	qx	mx	Sx	Fx	LX	TX	ex	Cx	Dx	Mx	Rx	Nx
33	97.363	91	0,9990654	0,0009346	0,0009141	0,97363	0,02637	97317,5	4452715,5	45,7331	23,98	26.687	5.071,3171	195.123,6178	561998,1604
34	97.272	98	0,9989925	0,0010075	0,0009715	0,97272	0,02728	97223	4355398	44,7755	24,83	25.636	5.047,3339	190.052,3007	535311,5295
35	97.174	106	0,9989092	0,0010908	0,0010497	0,97174	0,02826	97121	4258175	43,8201	25,83	24.625	5.022,4992	185.004,9668	509675,2906
36	97.068	117	0,9987947	0,0012053	0,0011487	0,97068	0,02932	97009,5	4161054	42,8674	27,41	23.652	4.996,6703	179.982,4676	485049,8957
37	96.951	123	0,9987313	0,0012687	0,0012378	0,96951	0,03049	96889,5	4064044,5	41,9185	27,71	22.715	4.969,2575	174.985,7974	461397,4602
38	96.828	129	0,9986677	0,0013323	0,0013013	0,96828	0,03172	96763,5	3967155	40,9712	27,94	21.814	4.941,5474	170.016,5398	438682,1465
39	96.699	137	0,9985832	0,0014168	0,0013755	0,96699	0,03301	96630,5	3870391,5	40,0251	28,54	20.947	4.913,6034	165.074,9924	416868,2088
40	96.562	151	0,9984362	0,0015638	0,0014914	0,96562	0,03438	96486,5	3773761	39,0812	30,24	20.113	4.885,0678	160.161,3890	395921,2128
41	96.411	171	0,9982263	0,0017737	0,0016701	0,96411	0,03589	96325,5	3677274,5	38,1416	32,93	19.309	4.854,8258	155.276,3212	375808,4060
42	96.240	189	0,9980362	0,0019638	0,0018705	0,9624	0,0376	96145,5	3580949	37,2085	35,00	18.533	4.821,8955	150.421,4954	356499,4108
43	96.051	185	0,9980739	0,0019261	0,0019468	0,96051	0,03949	95958,5	3484803,5	36,2808	32,94	17.786	4.786,8987	145.599,5999	337965,9995
44	95.866	207	0,9978407	0,0021593	0,0020448	0,95866	0,04134	95762,5	3388845	35,3498	35,44	17.069	4.753,9601	140.812,7012	320180,4085
45	95.659	241	0,9974806	0,0025194	0,0023421	0,95659	0,04341	95538,5	3293082,5	34,4252	39,67	16376,6689	4.718,5221	136.058,7411	303111,8172
46	95.418	249	0,9973904	0,0026096	0,0025678	0,95418	0,04582	95293,5	3197544	33,5109	39,41	15.707	4.678,8501	131.340,2190	286735,1484
47	95.169	254	0,9973311	0,0026689	0,0026427	0,95169	0,04831	95042	3102250,5	32,5973	38,66	15.064	4.639,4378	126.661,3689	271028,0233
48	94.915	317	0,9966602	0,0033398	0,0030090	0,94915	0,05085	94756,5	3007208,5	31,6832	46,39	14.446	4.600,7803	122.021,9311	255964,4308
49	94.598	356	0,9962367	0,0037633	0,0035579	0,94598	0,05402	94420	2912452	30,7877	50,09	13.844	4.554,3902	117.421,1508	241518,8647
50	94.242	371	0,9960633	0,0039367	0,0038574	0,94242	0,05758	94056,5	2818032	29,9021	50,20	13.261	4.504,2965	112.866,7607	227675,2874
51	93.871	391	0,9958347	0,0041653	0,0040592	0,93871	0,06129	93675,5	2723975,5	29,0183	50,87	12.701	4.454,1000	108.362,4642	214414,2491
52	93.480	436	0,9953359	0,0046641	0,0044245	0,9348	0,0652	93262	2630300	28,1376	54,54	12.161	4.403,2321	103.908,3642	201713,4473
53	93.044	478	0,9948626	0,0051374	0,0049128	0,93044	0,06956	92805	2537038	27,2671	57,49	11.639	4.348,6916	99.505,1321	189552,0056
54	92.566	518	0,9944040	0,0055960	0,0053812	0,92566	0,07434	92307	2444233	26,4053	59,91	11.134	4.291,1969	95.156,4405	177912,8523
55	92.048	555	0,9939705	0,0060295	0,0058297	0,92048	0,07952	91770,5	2351926	25,5511	61,72	10.646	4.231,2874	90.865,2436	166778,8534
56	91.493	608	0,9933547	0,0066453	0,0063576	0,91493	0,08507	91189	2260155,5	24,7030	65,01	10.175	4.169,5673	86.633,9563	156132,9947
57	90.885	655	0,9927931	0,0072069	0,0069503	0,90885	0,09115	90557,5	2168966,5	23,8650	67,35	9.718	4.104,5539	82.464,3889	145958,3122
58	90.230	717	0,9920536	0,0079464	0,0076056	0,9023	0,0977	89871,5	2078409	23,0346	70,88	9.277	4.037,2085	78.359,8350	136239,9771
59	89.513	783	0,9912527	0,0087473	0,0083820	0,89513	0,10487	89121,5	1988537,5	22,2151	74,43	8.850	3.966,3239	74.322,6265	126962,7694
60	88.730	859	0,9903189	0,0096811	0,0092570	0,8873	0,1127	88300,5	1899416	21,4067	78,516235	8.435	3.891,8916	70.356,3026	118113,2621
61	87.871	922	0,9895073	0,0104927	0,0101382	0,87871	0,12129	87410	1811115,5	20,6111	81,03	8.032	3.813,3754	66.464,4110	109678,5527
62	86.949	1.008	0,9884070	0,0115930	0,0111044	0,86949	0,13051	86445	1723705,5	19,8243	85,18	7.642	3.732,3420	62.651,0356	101646,7714
63	85.941	1.087	0,9873518	0,0126482	0,0121948	0,85941	0,14059	85397,5	1637260,5	19,0510	88,33	7.263	3.647,1576	58.918,6936	94004,9382
64	84.854	1.186	0,9860231	0,0139769	0,0134022	0,84854	0,15146	84261	1551863	18,2886	92,67	6.895	3.558,8301	55.271,5360	86742,2061
65	83.668	1.252	0,9850361	0,0149639	0,0145763	0,83668	0,16332	83042	1467602	17,5408	94,06	6.537	3.466,1647	51.712,7059	79847,1373
66	82.416	1.323	0,9839473	0,0160527	0,0156300	0,82416	0,17584	81754,5	1384560	16,7997	95,57	6.192	3.372,1049	48.246,5412	73309,9288



x	$l_x$	$d_x$	px	qx	mx	Sx	Fx	LX	TX	ex	Cx	Dx	Mx	Rx	Nx
66	82.416	1.323	0,9839473	0,0160527	0,0156300	0,82416	0,17584	81754,5	1384560	16,7997	95,57	6.192	3.372,1049	48.246,5412	73309,9288
67	81.093	1.418	0,9825139	0,0174861	0,0169119	0,81093	0,18907	80384	1302805,5	16,0656	98,49	5.858	3.276,5339	44.874,4362	67118,2112
68	79.675	1.562	0,9803954	0,0196046	0,0187201	0,79675	0,20325	78894	1222421,5	15,3426	104,32	5.534	3.178,0401	41.597,9023	61260,2076
69	78.113	1.679	0,9785055	0,0214945	0,0207641	0,78113	0,21887	77273,5	1143527,5	14,6394	107,82	5.217	3.073,7169	38.419,8622	55726,0057
70	76.434	1.836	0,9759793	0,0240207	0,0230214	0,76434	0,23566	75516	1066254	13,9500	113,37	4.909	2.965,8926	35.346,1453	50508,9809
71	74.598	1.992	0,9732969	0,0267031	0,0256900	0,74598	0,25402	73602	990738	13,2810	118,27	4.606	2.852,5206	32.380,2527	45600,4352
72	72.606	2.151	0,9703743	0,0296257	0,0285697	0,72606	0,27394	71530,5	917136	12,6317	122,80	4.311	2.734,2467	29.527,7321	40994,0517
73	70.455	2.311	0,9671989	0,0328011	0,0317122	0,70455	0,29545	69299,5	845605,5	12,0021	126,86	4.022	2.611,4444	26.793,4853	36683,1106
74	68.144	2.519	0,9630342	0,0369658	0,0355087	0,68144	0,31856	66884,5	776306	11,3921	132,96	3.741	2.484,5820	24.182,0409	32660,7774
75	65.625	2.714	0,9586438	0,0413562	0,0399510	0,65625	0,34375	64268	709421,5	10,8102	137,75	3.464	2.351,6200	21.697,4589	28920,0116
76	62.911	2.921	0,9535693	0,0464307	0,0448894	0,62911	0,37089	61450,5	645153,5	10,2550	142,55	3.193	2.213,8749	19.345,8390	25456,0835
77	59.990	2.999	0,9500083	0,0499917	0,0494138	0,5999	0,4001	58490,5	583703	9,7300	140,73	2.928	2.071,3258	17.131,9641	22263,1285
78	56.991	3.323	0,9416925	0,0583075	0,0556805	0,56991	0,43009	55329,5	525212,5	9,2157	149,93	2.674	1.930,5993	15.060,6383	19335,5285
79	53.668	3.433	0,9360326	0,0639674	0,0630907	0,53668	0,46332	51951,5	469883	8,7554	148,94	2.421	1.780,6665	13.130,0390	16661,2551
80	50.235	3.872	0,9229223	0,0770777	0,0731576	0,50235	0,49765	48299	417931,5	8,3195	161,52	2.179	1.631,7281	11.349,3725	14239,7710
81	46.363	3.455	0,9254794	0,0745206	0,0788269	0,46363	0,53637	44635,5	369632,5	7,9726	138,58	1.934	1.470,2049	9.717,6444	12060,3594
82	42.908	3.818	0,9110189	0,0889811	0,0853175	0,42908	0,57092	40999	324997	7,5743	147,25	1.721	1.331,6206	8.247,4394	10126,2945
83	39.090	3.826	0,9021233	0,0978767	0,0980978	0,3909	0,6091	37177	283998	7,2652	141,89	1.508	1.184,3660	6.915,8188	8405,2011
84	35.264	3.886	0,8898026	0,1101974	0,1098798	0,35264	0,64736	33321	246821	6,9992	138,57	1.308	1.042,4784	5.731,4528	6897,5581
85	31.378	3.871	0,8766333	0,1233667	0,1242110	0,31378	0,68622	29442,5	213500	6,8041	132,73	1.119	903,9085	4.688,9744	5589,7890
86	27.507	3.650	0,8673065	0,1326935	0,1370147	0,27507	0,72493	25682	184057,5	6,6913	120,34	943	771,1825	3.785,0659	4470,8886
87	23.857	3.348	0,8596638	0,1403362	0,1467884	0,23857	0,76143	22183	158375,5	6,6385	106,13	787	650,8474	3.013,8834	3527,7489
88	20.509	3.356	0,8363645	0,1636355	0,1649523	0,20509	0,79491	18831	136192,5	6,6406	102,30	650	544,7141	2.363,0361	2741,2188
89	17.153	3.159	0,8158340	0,1841660	0,1911176	0,17153	0,82847	15573,5	117361,5	6,8420	92,59	523	442,4190	1.818,3220	2091,0732
90	13.994	2.781	0,8012720	0,1987280	0,2125496	0,13994	0,86006	12603,5	101788	7,2737	78,37	410	349,8322	1.375,9029	1568,2283
91	11.213	2.158	0,8075448	0,1924552	0,2176558	0,11213	0,88787	10134	89184,5	7,9537	58,48	316	271,4591	1.026,0707	1158,0796
92	9.055	1.808	0,8003313	0,1996687	0,2182431	0,09055	0,90945	8151	79050,5	8,7300	47,11	245	212,9822	754,6116	842,0790
93	7.247	1.584	0,7814268	0,2185732	0,2346817	0,07247	0,92753	6455	70899,5	9,7833	39,68	189	165,8739	541,6294	596,7091
94	5.663	1.404	0,7520749	0,2479251	0,2657766	0,05663	0,94337	4961	64444,5	11,3799	33,82	142	126,1893	375,7555	407,8849
95	4.259	1.220	0,7135478	0,2864522	0,3112126	0,04259	0,95741	3649	59483,5	13,9665	28,26	103	92,3673	249,5662	266,0077
96	3.039	1.011	0,6673248	0,3326752	0,3709922	0,03039	0,96961	2533,5	55834,5	18,3727	22,52	70	64,1081	157,1989	163,4093
97	2.028	781	0,6148915	0,3851085	0,4453939	0,02028	0,97972	1637,5	53301	26,2825	16,73	45	41,5908	93,0907	93,0162
98	1.247	552	0,5573376	0,4426624	0,5354468	0,01247	0,98753	971	51663,5	41,4302	11,37	27	24,8651	51,5000	47,8479
99	695	350	0,4964029	0,5035971	0,6424758	0,00695	0,99305	520	50692,5	72,9388	6,93	14	13,4983	26,6349	21,1425
100	345	345			(4,6564961)	0,00345	0,99655	3850839	50172,5	145,4275	6,57	7	6,5683	13,1366	6,8310
	7.701.333								-3800666,5	(0,4935)			6,5683	6,5683	

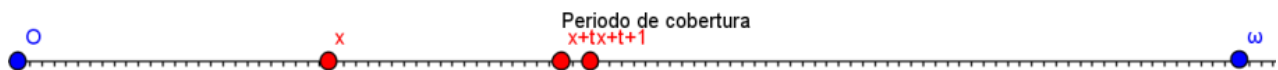
## Capítulo 4

### Seguros de vida.

#### Operaciones de seguros pagaderas al fin del año de fallecimiento

$${}_{t/1} A_x$$

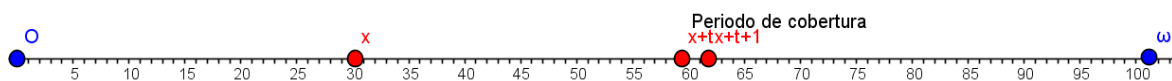
1) Valor actuarial de una operación de seguros que paga un capital unitario al fin del año de fallecimiento de una persona de edad  $x$  siempre y cuando esto suceda pasado  $t$  años y dentro del año siguiente.



$${}_{t/1} A_x = \frac{C_{x+t}}{D_x}$$

#### Ejercicio resuelto

Calcular la prima a pagar si el asegurado es una persona de 30 años y fija una suma asegurada de \$ 80 000 si fallece entre 60 y 61.

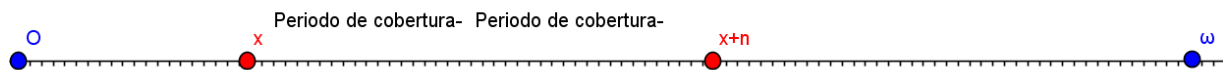


$$t/1 A_x = \frac{C_{x+t}}{D_x}$$

$$30/1 A_{30} = \frac{C_{61}}{D_{30}} (80\ 000)$$

### Seguro temporal $A'_{\overline{x:n}}$

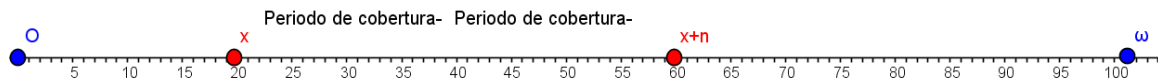
2) Valor actuarial de una operación de seguro que paga un capital unitario al fin del año de fallecimiento de una persona de edad  $x$  siempre que esto ocurra dentro de los  $n$  años siguientes.



$$A'_{\overline{x:n}} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

### Ejercicio resuelto

Una persona de 20 años quiere contratar un seguro cuya suma asegurada es de \$ 100 000 si fallece antes de los 60 años determine el valor actuarial.

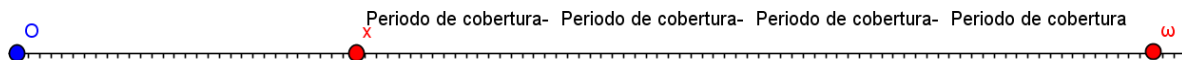


$$A'_{\overline{x:n}|} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

$$A'_{\overline{20:40}|} = \frac{M_{20} - M_{60}}{D_{20}} (100\ 000)$$

### Seguro de por vida $A_x$

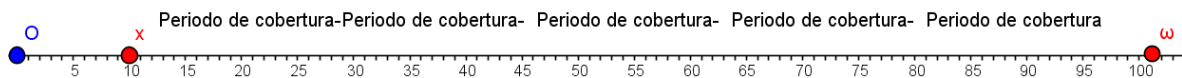
Valor actuarial que paga un capital unitario al fin de un año de fallecimiento cuando sea que ocurra.



$$A_x = \frac{M_x}{D_x}$$

### Ejercicio resuelto

Una persona de 10 años quiere contratar un seguro que pague \$ 150 000 a sus beneficiarios en caso de fallecimiento cuando sea que ocurra.



$$A_x = \frac{M_x}{D_x}$$

$$A_{10} = \frac{M_{10}}{D_{10}} (150\ 000)$$

### Ejercicios del capítulo

**4.1** Calcular la prima a pagar si el asegurado es una persona de 50 años y fija una suma asegurada de 90 000 si fallece entre 60 y 61.

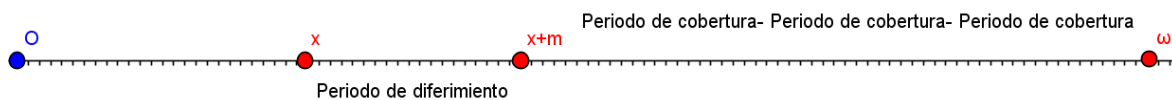
**4.2** Una persona de 25 años quiere contratar un seguro cuya suma asegurada es de \$ 100 000 si fallece antes de los 53 años determine el valor actuarial.

**4.3** Una persona de 30 años quiere contratar un seguro que pague \$ 200 000 a sus beneficiarios en caso de fallecimiento cuando sea que ocurra.

## Seguros de vida diferidos

$$m/ A_x$$

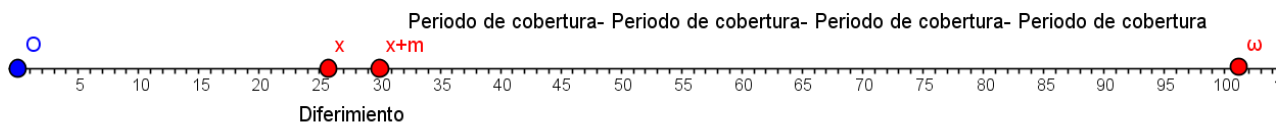
1) Valor actuarial de una operación de seguros diferido de n años cuya prestación consiste en el pago de una unidad monetaria al fin del año de fallecimiento cuando sea que ocurra.



$$m/ A_x = \frac{M_{x+m}}{D_x}$$

### Ejercicio resuelto

Calcular el valor de una prima que va a cancelar una persona de 25 años para obtener una cobertura desde los 30 hasta el límite superior de supervivencia cuando sea que ocurra si hoy fija una suma asegurada de \$ 60 000

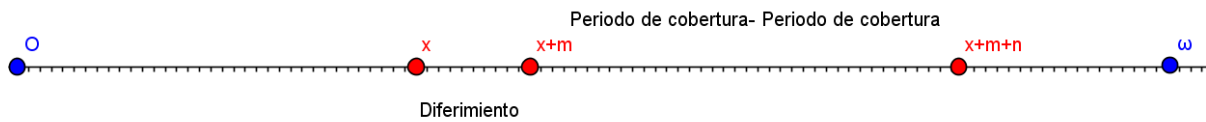


$$m/ A_x = \frac{M_{x+m}}{D_x}$$

$$5/ A_{25} = \frac{M_{30}}{D_{25}} (60\ 000)$$

## Seguro diferido temporal $m/n A_x$

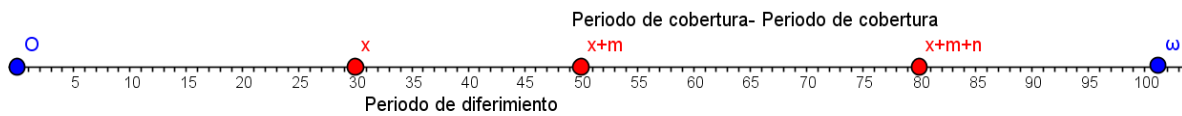
Valor actuarial diferido de una operación de seguros que paga un capital unitario al fin del año de fallecimiento si esto ocurre pasado  $m$  años pero dentro de  $n$  años



$$m/n A_x = \frac{M_{x+m} - M_{x+m+n}}{D_x}$$

### Ejercicio resuelto

Una persona de 30 años está interesada en una operación de seguros que paga \$50 000 si fallece entre 50 y 80 años. Calcule el valor de la prima.



$$m/n A_x = \frac{M_{x+m} - M_{x+m+n}}{D_x}$$

$$20/30 A_{30} = \frac{M_{50} - M_{80}}{D_{30}} (50\ 000)$$

## Seguro de capital diferido para caso de vida $nE_x$

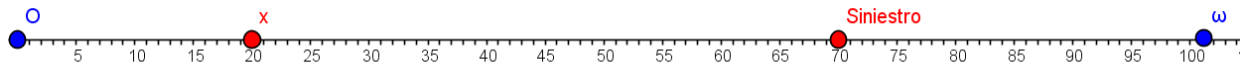
Valor actuarial de un capital unitario si transcurridos  $n$  años de  $x$ , el asegurado sobrevive.



$$nE_x = \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

### Ejercicio resuelto

Una persona de 20 años está interesada en un seguro que paga \$30 000 en caso de que llegue con vida a los 70 años



$$nE_x = \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

$$50E_{20} = \frac{D_{70}}{D_{20}}(30\,000)$$

### Ejercicios del capítulo 5

**5.1** Calcular el valor de una prima que va a cancelar una persona de 35 años para obtener una cobertura desde los 45 hasta el límite superior de supervivencia cuando sea que ocurra si hoy fija una suma asegurada de \$ 90 000



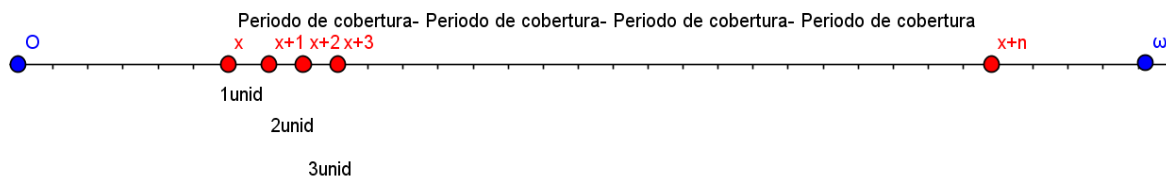
**5.2** Una persona de 40 años está interesada en una operación de seguros que paga \$80 000 si fallece entre 70 y 80 años. Calcule el valor de la prima.

**5.3** Una persona de 40 años está interesada en un seguro que paga \$780 000 en caso de que llegue con vida a los 85 años.

## Seguros de vida Variables

### Seguro de vida variable y temporal $(IA)'_{\overline{x:n}}$

Valor actuarial de una operación de seguros de vida temporal que paga una unidad monetaria si es que fallece entre  $x$  y  $x+1$ , dos unidades monetarias si fallece entre  $x+1$  y  $x+2$  y así sucesivamente hasta  $x+n$



$(\Delta)$  = Incremento aritmético.

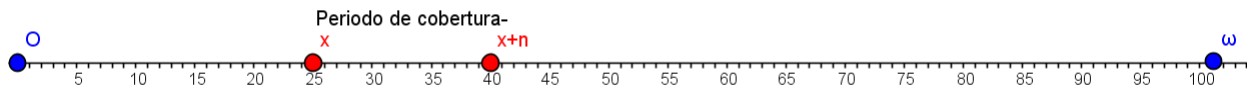
$$(IA)'_{\overline{x:n}} = \frac{R_x - R_{x+n} - n(M_{x+n})}{D_x} (\Delta)$$

### Ejercicio resuelto

A una persona de 25 años le interesa una operación de seguros que le pague a sus beneficiarios \$10 000 en caso de fallecimiento entre 25 y 26 años, \$20 000 entre 26 y 27 años, \$30 000 en caso de fallecimiento entre 27 y 28 y así hasta los 40 años. Calcule el valor actuarial

Aquí tenemos que calcular una prima compuesta que se la representará con el símbolo  $\pi$  = seguro temporal + seguro variable

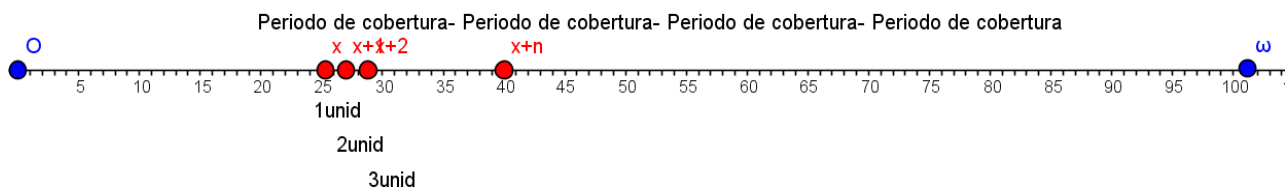
En donde  $\pi = A'_{\overline{x:n}} + (IA)'_{\overline{x:n}}$



$$A'_{\overline{x:n}|} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

$$A'_{\overline{25:15}|} = \frac{M_{25} - M_{40}}{D_{25}} (10\ 000)$$

Segunda parte del ejercicio  $x = 26$



$$(IA)'_{\overline{x:n}|} = \frac{R_x - R_{x+n} - n(M_{x+n})}{D_x}$$

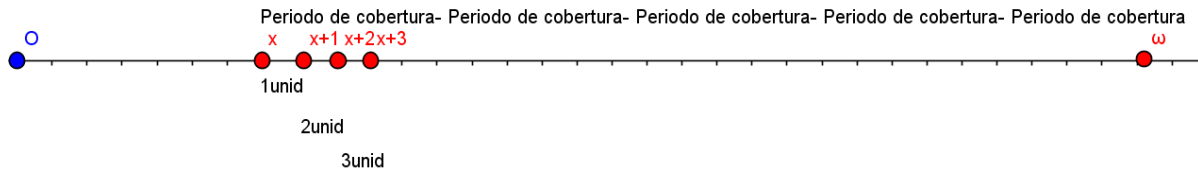
$$\Delta = 10\ 000$$

$$(IA)'_{\overline{26:14}|} = \frac{R_{26} - R_{40} - 14(M_{40})}{D_{26}} (10\ 000)$$

$$\pi = \frac{M_{25} - M_{40}}{D_{25}} (10\ 000) + \frac{R_{26} - R_{40} - 14(M_{40})}{D_{26}} (10\ 000)$$

**Seguro de por vida variable  $(IA)'_x$**

Valor actuarial de una operación de seguros de por vida creciente que paga una unidad monetaria si la persona fallece ente  $x$  y  $x+1$ , 2 unidades monetarias se fallece entre  $x+1$  y  $x+2$  y así hasta omega.

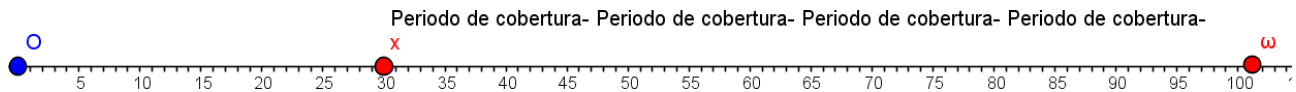


$$(IA)'_x = \frac{R_x}{D_x}$$

### Ejercicio resuelto

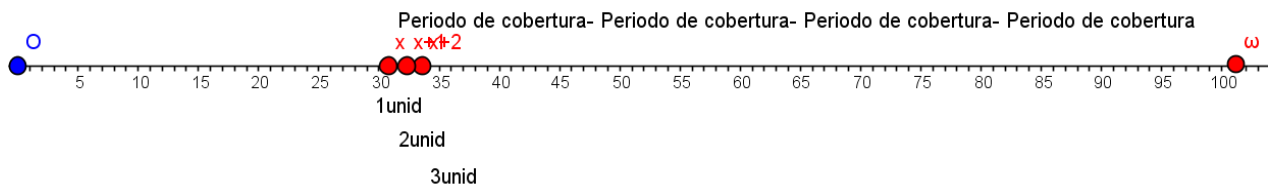
Una persona de 30 años le interesa un seguro que tenga las siguientes coberturas: \$5 000 si fallece entre 30 y 31 años, \$ 7 000 si fallece entre 30 y 31, \$ 9 000 si fallece entre 32 y 33 y así hasta omega.

$$\pi = A_x + (IA)_x$$



$$A_x = \frac{M_x}{D_x}$$

$$A_{30} = \frac{M_{30}}{D_{30}} (5\ 000)$$



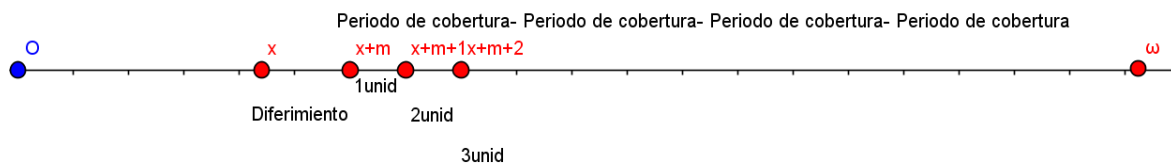
$$(IA)'_x = \frac{R_x}{D_x}$$

$$(IA)'_x = \frac{R_{31}}{D_{31}} (2\ 000)$$

$$\pi = \frac{M_{30}}{D_{30}} (5\ 000) + \frac{R_{31}}{D_{31}} (2\ 000)$$

### Seguro variable diferido de por vida $m/(IA)'_x$

Valor actuarial de una operación de seguros de por vida creciente que paga una unidad monetaria si la persona fallece entre  $m$  y  $m+1$ , 2 unidades monetarias se fallece entre  $m+1$  y  $m+2$  y así hasta omega.

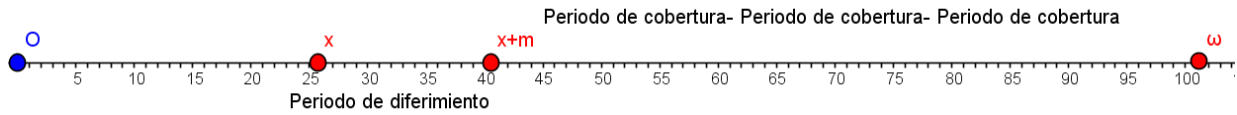


$$m/(IA)'_x = \frac{R_{x+m}}{D_x}$$

### Ejercicio resuelto

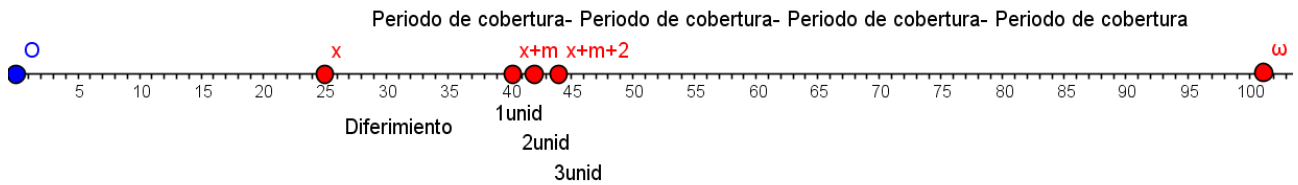
Una persona de 25 años desea las siguientes coberturas \$ 65 000 si fallece entre 40 y 41 años, \$ 70 000 entre 42 y 43, \$75 000 entre 43 y 44 y así hasta omega. Calcule el valor actuarial.

$$\pi = m/ A_x + m/(IA)'_x$$



$$m/ A_x = \frac{M_{x+m}}{D_x}$$

$$15/ A_{25} = \frac{M_{40}}{D_{25}} (65\ 000)$$



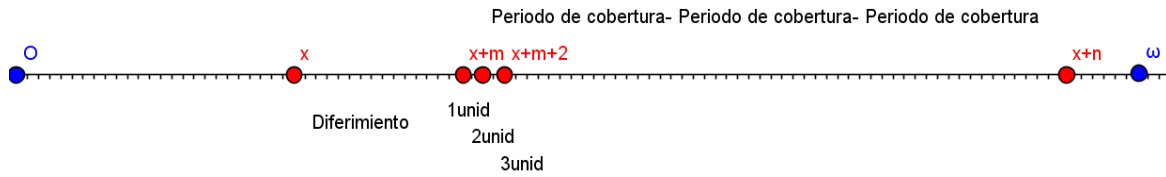
$$m/(IA)'_x = \frac{R_{x+m}}{D_x}$$

$$16/(IA)'_{25} = \frac{R_{41}}{D_{25}} (5\ 000)$$

$$\pi = \frac{M_{40}}{D_{25}} (65\ 000) + \frac{R_{41}}{D_{25}} (5\ 000)$$

### Seguro variable diferido y temporal $m/n(IA)'_x$

Valor actuarial de una operación de seguros creciente que paga una unidad monetaria si la persona fallece entre  $m$  y  $m+1$ , 2 unidades monetarias si fallece entre  $m+1$  y  $m+2$  y así hasta  $n$ .

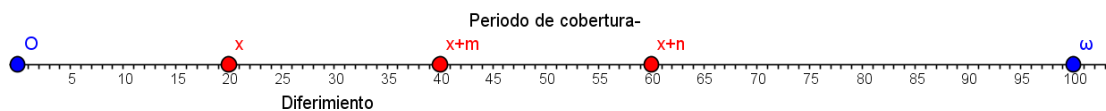


$$m/n(IA)'_x = \frac{R_{x+m} - R_{x+m+n} - n (M_{x+m+n})}{D_x}$$

### Ejercicio resuelto

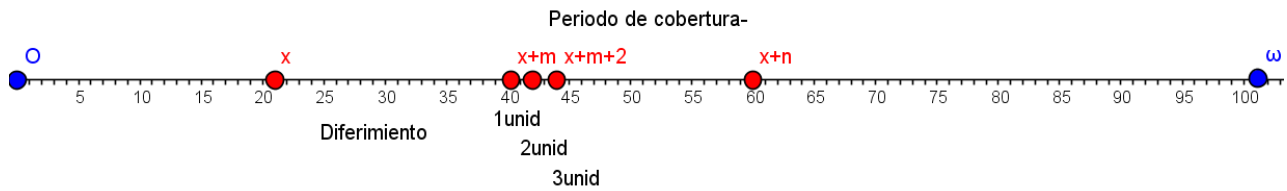
Una persona de 20 años desea las siguientes coberturas \$ 55 000 si fallece entre 40 y 41 años, \$ 65 000 entre 42 y 43, \$75 000 entre 43 y 44 y así hasta 60. Calcule el valor actuarial.

$$\pi = m/n A_x + \frac{R_{x+m} - R_{x+m+n} - n (M_{x+m+n})}{D_x}$$



$$m/n A_x = \frac{M_{x+m} - M_{x+m+n}}{D_x}$$

$$20/20 A_{20} = \frac{M_{40} - M_{60}}{D_{20}} (55\ 000)$$



$$m/n(IA)_x = \frac{R_{x+m} - R_{x+m+n} - n(M_{x+m+n})}{D_x}$$

$${}_{21/19}(IA)_{20} = \frac{R_{41} - R_{60} - 19(M_{60})}{D_{20}} (10\ 000)$$

$$\pi = \frac{M_{40} - M_{60}}{D_{20}} (65\ 000) + \frac{R_{41} - R_{60} - 19(M_{60})}{D_{20}} (10\ 000)$$

## Ejercicios del capítulo

**6.1)** A una persona de 35 años le interesa una operación de seguros que le pague a sus beneficiarios \$15 000 en caso de fallecimiento entre 35 y 36 años, \$ 20 000 entre 36 y 37 años, \$ 25 000 en caso de fallecimiento entre 37 y 38 y así hasta los 50 años. Calcule el valor actuarial

**6.2)** Una persona de 25 años le interés un seguro que tenga las siguientes coberturas: \$25 000 si fallece entre 30 y 31 años, \$ 37 000 si fallece entre 31 y 32, \$ 39 000 si fallece entre 32 y 33 y así hasta omega.



**6.3)** Una persona de 35 años desea las siguientes coberturas \$ 75 000 si fallece entre 50 y 51 años, \$ 90 000 entre 51 y 52, \$105 000 entre 52 y 53 y así hasta omega. Calcule el valor actuarial.

**6.4)** Una persona de 22 años desea las siguientes coberturas \$ 37 000 si fallece entre 60 y 61 años, \$ 41 000 entre 61 y 62, \$45 000 entre 62 y 63 y así hasta los 70. Calcule el valor actuarial.

## **Autoexamen 2**

Para los siguientes ejercicios cuando sea necesario utilizar los valores presentados en la tabla del apéndice del capítulo 3

**1.** A una persona de 22 años le interesa \$60 000 si fallece antes de los 40 años, \$65 000 entre 40 y 41 años, \$70 000 entre 41 y 42 años y así hasta que cumpla los 60, año en el cual se extingue el beneficio.

**2.** A una persona de 25 años le interesa los siguientes beneficios \$20 000 si fallece entre los 30 y 31 años, \$40 000 si fallece entre 31 y 32 y así hasta \$180 000 valor que permanece constante ( $\omega$ ) . Calcule el valor actuarial.

**3.** Calcule el valor actuarial de una operación de seguros en las que el asegurado de 40 años pide las siguientes coberturas:

**a-** \$90 000 si fallece antes de cumplir los 60.

**b-** A la edad de 65 una vez cumplida la jubilación planifica realizar un viaje por un año y pide cobertura por dicho año, fijando una suma asegurada de \$65 000

**Datos adicionales**

El número de personas sobreviviente a la edad de 65 es 83668

El número de personas sobrevivientes un año después es 82416

La tasa de interés es el 4%

$l_{39}$  es 96699 y el número de fallecidos a la edad de 39 es 137

$$M_x = 4885,068$$

$$M_{x+n} = 3891,892$$

Calcular la prima total.

**4.** A una persona de 20 años le interesa una operación de seguros que paga \$100 000 si fallece antes de los 40, \$180 000 si fallece entre 40 y 41 años, \$160 000 entre 41 y 42 años y así sucesivamente hasta los \$100 000. Valor que permanece constante. Calcule el valor actuarial.

**5.** Una persona de 45 años contrata el siguiente plan: \$ 30 000 si fallece entre los 51 y 60 años, \$20 000 si sobrevive a los 65 años, \$40 000 si sobrevive a los 66, año en el cual se acaba el beneficio.

**6.** Calcular el seguro de vida temporal de uno de 30, si fallece dentro de 10 años, suponiendo que la mortalidad sigue la ley  $l_x=100-X$  y que el tanto de interés es del 4% anual.

**7.** Una operación de seguros temporal por 10 años a favor de una persona de  $x$  años, proporcionará las siguientes prestaciones al fallecimiento. Pagaderas al fin del año de fallecimiento.

AÑO DE FALLECIMIENTO	PRESTACIÓN POR FALLECIMIENTO
1	10
2	10
3	10
4	10
5	9
6	9
7	9
8	8
9	8
10	7

Se pide obtener la prima única neta en símbolos de conmutación correspondiente a las  $M_x$ ,  $M_{x+4}$ ,  $M_{x+7}$ ,  $M_{x+9}$ ,  $M_{x+10}$

**8.** Obtener la expresión para la prima única neta correspondiente a (X), para una operación de seguro unitario pagadero al final de los 20 años desde el origen de la operación si fallece dentro de aquel período. Y al final del año de acaecimiento del suceso, si esto sucede después de transcurridos 20 años.

**9.** Expresar en símbolos de conmutación a prima única neta para una doble protección, cuando la empresa llevara funcionando 65 años, que proporcionará una prestación de 2 unidades monetarias cuando la quiebra de la empresa acaezca antes de que lleve funcionando 65 años y una prestación de 1 unidad monetaria después de que llevara funcionando 65 años. Supongamos que las prestaciones se pagan al final del año en que acaezca la quiebra.

### Rentas vitalicias.

#### Renta vitalicias anticipadas

Renta vitalicia anticipada y temporal por n años  $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}$$

Renta vitalicia anticipada de por vida  $\ddot{a}_x$

$$\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x}$$

Renta vitalicia anticipada y diferida  $m/ \ddot{a}_x$

$$m/ \ddot{a}_x = \frac{N_{x+m}}{D_x}$$

Renta vitalicia anticipada y diferida y temporal  $m/n \ddot{a}_x$

$$m/n \ddot{a}_x = \frac{N_{x+m} - N_{x+m+n}}{D_x}$$

#### Ejercicios del capítulo

**7.1** Una persona de 30 años le interesa contratar un plan de jubilación que pague \$12 000 anuales desde los 65 años. Determine el valor actuarial.

**7.2** Una persona de 40 años le interesa contratar un plan de jubilación que pague \$17 000 anuales desde los 65 hasta los 90 años. Determine el valor actuarial.

## Capítulo 8

### Rentas vitalicias vencidas.

Renta vitalicia vencida de por vida  $a_x$

$$a_x = \frac{N_{x+1}}{D_x}$$

Renta vitalicia vencida temporal  $a_{\overline{x:n}}$

$$a_{\overline{x:n}} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x}$$

### Rentas vencidas y diferidas

Renta vitalicia vencida diferida de por vida  $m/a_x$

$$m/a_x = \frac{N_{x+m+1}}{D_x}$$

Renta vitalicia vencida diferida y temporal  $m/n a_x$

$$m/n a_x = \frac{N_{x+m+1} - N_{x+m+n+1}}{D_x}$$

### Ejercicios

**8.1** Calcule el valor de la prima única que debería pagar un asegurado de 60 años para percibir \$5 000 a partir de los 75 años si la renta es pos pagable y vitalicia.

**8.2** Calcule el valor de la prima única que debería pagar un asegurado de 70 años para percibir \$ 2 000 desde los 75 hasta los 85 años si la renta es postpagable y vitalicia.

## Capítulo 9

### Valores actuariales de rentas fraccionarias.

#### Rentas fraccionarias vencidas

##### Renta fraccionaria vencida de por vida $a_x^m$

$$a_x^m = a_x + \left( \frac{m-1}{2m} \right)$$

##### Renta fraccionaria vencida y diferida de por vida $k/a_x^m$

$$k/a_x^m = nEx \left( \frac{m-1}{2m} \right) + k/a_x$$

$k = \text{diferimiento}$

$$nEx = \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

$m = \text{número de rentas a pagar en un año}$

##### Renta fraccionaria vencida y temporal $a_{x:n}^m$

$$a_{x:n}^m = a_x^m - k/a_x^m$$

##### Renta vitalicia fraccionaria vencida diferida y temporal $k/n a_x^m$

$$k/n a_x^m = k/a_x^m - k + n/a_x^m$$

### Ejercicios

**9.1** A una persona de 30 años le interesa un plan de liquidación que paga \$1 000 mensuales desde los 65 años hasta que fallezca. Determine el valor actuarial si las rentas son vencidas.

**9.2** A una persona de 25 le interesa un plan de jubilación que paga \$2000 al mes desde los 65 años. Determine el valor actuarial si las rentas son vencidas.

### **Autoexamen 3**

**1.** Calcular el valor actuarial total que paga rentas trimestrales de \$20 000 desde los 65 hasta los 85 y que además incluye un seguro en caso de fallecimiento que paga \$20 000 si fallece entre 35 y 36, \$25 000 si fallece entre 36 y 37 y así hasta los 45 años. Suponga que  $x=30$

**2.** A una persona de 20 años le interesa una operación de seguros que pague \$1 000 000 al fin del año en caso de que fallezca antes de los 70 años y rentas mensuales de \$1 000 desde los 70 años.

**3.** A una persona de 30 años le interesa un plan de jubilación que paga \$6 000 si sobrevive a los 65 años, \$8 000 si sobrevive a los 66 y así hasta los 70. También se quiere un seguro que ofrezca \$50 000 en caso de fallecimiento entre 30 y 31, \$60 000 entre 31 y 32 y así hasta los 35 años. Calcule el valor de la prima total.

**4.** Una persona de 19 años contrata una cobertura que le pague a sus beneficiarios \$50 000 si fallece antes de los 50 años, \$30 000 si fallece pasado los 50 años. Si sobrevive a los 60 años recibe \$20 000 y si fallece durante los primeros 5 años de vigencia del contrato, se devuelve la prima pagada.



## Capítulo 10

### Introducción a los seguros colectivos y sociales.

- Tienen como objetivo proteger al sector de los trabajadores.
- Es obligatorio.
- Se financian por medio de aportes del trabajador, el empresario y el Estado.

### Grupo de supervivencia:

$$l_{x+1}^t = l_x^t - a_x - f_{(x)} - i_x - j_x$$

En donde:

$a$ =abandono de servicio

$f$ = fallecimiento.

$i$ = invalidez.

$j$ = jubilación.

### Probabilidad de supervivencia.

$$p_x^t = 1 - [q_x^a + q_x^f + q_x^i + q_x^j]$$

## Apéndice.

### Cálculo del periodo de recuperación de la inversión.

Una empresa evaluó la posibilidad de invertir \$95 000 en una pieza para un equipo que tiene una vida útil de 5 años. La empresa calculó los flujos de caja para cada periodo y determinó un costo de capital del 12%. Los flujos de caja se muestran a continuación:

20000	25000	30000	35000	40000
-------	-------	-------	-------	-------

Calcule el periodo de recuperación de la inversión

AÑO	0	1	2	3	4	5
<b>FLUJO</b>	-95000	20000	25000	30000	<b>35000</b>	40000
		-75000	-50000	<b>-20000</b>	<b>15000</b>	55000

$$3 \text{ años} + \frac{20\,000}{35\,000} = 3,57$$

3 años 7 meses aproximadamente.

### Análisis de la viabilidad de un proyecto

Con los datos anteriores analizar la viabilidad del proyecto.

$$\text{VAN} = -\text{INVERSIÓN INICIAL} + \frac{\text{FLUJO DE CAJA AÑO 1}}{(1+i)^1} + \frac{\text{FLUJO DE CAJA AÑO 2}}{(1+i)^2} + \dots + \frac{\text{FLUJO DE CAJA AÑO } n}{(1+i)^n}$$

$$\text{VAN} = -95000 + \frac{20000}{(1+0.12)^1} + \frac{25000}{(1+0.12)^2} + \frac{30000}{(1+0.12)^3} + \frac{35000}{(1+0.12)^4} + \frac{40000}{(1+0.12)^5} = 9.080,60$$

### Ejercicios del Apéndice

1 Una empresa contempla 3 proyectos y el costo de capital que se utilizara para cada uno de los proyectos es del 16%

PROYECTO	A	B	C
Inversión In	40000	40000	40000
años	flujos	flujos	flujos
1	13000	7000	19000
2	13000	10000	16000
3	13000	13000	13000
4	13000	16000	10000
5	13000	19000	70000

¿Qué proyecto recomendaría tomando en cuenta el periodo de recuperación de la inversión?

2 Se pide valorar el proyecto de inversión de una compra de una máquina cuyo costo es de \$50 000. Adicional a esto la empresa requerirá ciertas inversiones de corto plazo por \$20 000. Si el nivel de ventas actual es de \$10 000 por año y se espera que crezca en progresión geométrica a razón del 50% anual durante un periodo de 10 años. Los costos fijos son \$5 000 y el costo de venta representa un 10% de las ventas. Analice si es viable o no la compra de dicha maquinaria sabiendo que el costo de capital es del 8% anual.

### Formulas del texto

$$lx = lo \cdot S(x)$$

$$dx = lx - lx + 1$$

$$S(x) = \frac{lx}{lo}$$

$$p_x = \frac{S(x+t)}{S(x)} = \frac{l(x+t)}{l(x)}$$

$${}^tq_x = \frac{S(x) - S(x+t)}{S(x)} = \frac{l(x) - l(x+t)}{l(x)}$$

$${}^{t/n}q_x = \frac{S(x+t) - S(x+t+n)}{S(x)} = \frac{l(x+t) - l(x+t+n)}{l(x)}$$

$$Lx = \frac{l(x) - l(x+1)}{2}$$

$$mx = \frac{1}{2} [\ln(lx - 1) - \ln(lx + 1)]$$

$$Tx = T_{X-1} - L_{X-1}$$

$$e_x^0 = \frac{T_x}{l_x}$$

$$V^t = \frac{1}{(1+i)^t}$$

$$C_x = V^{x+1} \cdot dx$$

$$D_x = V^x \cdot lx$$

$$M_x = \sum_{t=0}^{\omega} C_{x+t}$$

$$R_x = \sum_{t=0}^{\omega} \frac{M_{x+t}}{D_x}$$

$$N_x = \sum_{t=0}^{\omega} \frac{D_{x+t}}{D_x}$$

$$t/1 \ A_x = \frac{C_{x+t}}{D_x}$$

$$A'_{\overline{x:n}} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

$$A_x = \frac{M_x}{D_x}$$

$$m/ \ A_x = \frac{M_{x+m}}{D_x}$$

$$m/n \ A_x = \frac{M_{x+m} - M_{x+m+n}}{D_x}$$

$$nE_x = \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

$$(IA)'_{\overline{x:n}} = \frac{R_x - R_{x+n} - n(M_{x+n})}{D_x} (\Delta)$$

$$(IA)'_x = \frac{R_x}{D_x}$$

$$m/(IA)'_x = \frac{R_{x+m}}{D_x}$$

$${}_{m/n}(IA)'_x = \frac{R_{x+m} - R_{x+m+n} - n (M_{x+m+n})}{D_x}$$

### **Renta vitalicias**

#### **Renta vitalicia anticipada y temporal por n años $\ddot{a}_{\overline{x:n}|}$**

$$\ddot{a}_{\overline{x:n}|} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}$$

#### **Renta vitalicia anticipada de por vida $\ddot{a}_x$**

$$\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x}$$

#### **Renta vitalicia anticipada y diferida $m/ \ddot{a}_x$**

$$m/ \ddot{a}_x = \frac{N_{x+m}}{D_x}$$

#### **Renta vitalicia anticipada y diferida y temporal $m/ \ddot{a}_x$**

$$m/n \ddot{a}_x = \frac{N_{x+m} - N_{x+m+n}}{D_x}$$

#### **Renta vitalicia vencida de por vida $a_x$**

$$a_x = \frac{N_{x+1}}{D_x}$$

#### **Renta vitalicia vencida temporal $a_{\overline{x:n}|}$**

$$a_{\overline{x:n}|} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x}$$

## Rentas vencidas y diferidas

**Renta vitalicia vencida diferida de por vida  $m/a_x$**

$$m/a_x = \frac{N_{x+m+1}}{D_x}$$

**Renta vitalicia vencida diferida y temporal  $m/n a_x$**

$$m/n a_x = \frac{N_{x+m+1} - N_{x+m+n+1}}{D_x}$$

## Rentas fraccionarias vencidas

**Renta fraccionaria vencida de por vida  $a_x^m$**

$$a_x^m = a_x + \left( \frac{m-1}{2m} \right)$$

**Renta fraccionaria vencida y diferida de por vida  $k/a_x^m$**

$$k/a_x^m = nEx \left( \frac{m-1}{2m} \right) + k/a_x$$

**Renta fraccionaria vencida y temporal  $a_{x:n}^m$**

$$a_{x:n}^m = a_x^m - k/a_x^m$$

**Renta vitalicia fraccionaria vencida diferida y temporal  $k/n a_x^m$**

$$k/n a_x^m = k/a_x^m - k + n/a_x^m$$

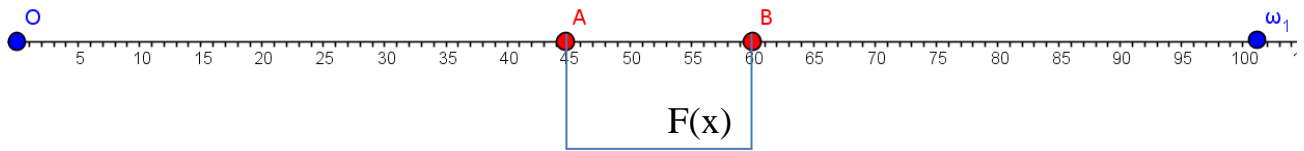
$$\begin{aligned} \text{VAN} = & -\text{INVERSIÓN INICIAL} + \frac{\text{FLUJO DE CAJA AÑO 1}}{(1+i)^1} + \frac{\text{FLUJO DE CAJA AÑO 2}}{(1+i)^2} + \dots \\ & + \frac{\text{FLUJO DE CAJA AÑO } n}{(1+i)^n} \end{aligned}$$

## Respuesta a los ejercicios impares.

### Capítulo 2

#### 2.1

$$F(60) - F(45) = p(45 \leq \xi \leq 60)$$

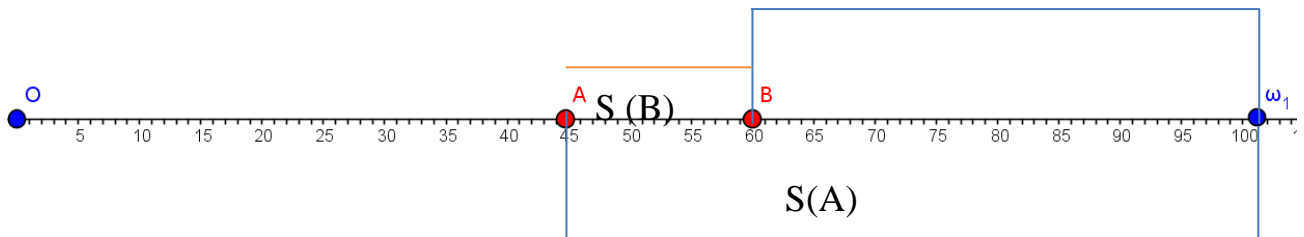


$$F(45) = p(\xi \geq 45)$$

$$F(60) = p(\xi \leq 60)$$

#### 2.2

$$S(A) - S(B)$$



$$F(45) = p(\xi \geq 45)$$

$$F(60) = p(\xi \leq 60)$$



### 2.3

$${}_t p_x = \frac{S(x+t)}{S(x)} = \frac{l(x+t)}{l(x)}$$

$${}_3 p_{40} = \frac{S(43)}{S(40)} = \frac{l(43)}{l(40)}$$

### 2.5

$${}_{t/n} q_x = \frac{S(x+t) - S(x+t+n)}{S(x)} = \frac{l(x+t) - l(x+t+n)}{l(x)}$$

$${}_{5/1} q_{12} = \frac{S(17) - S(18)}{S(12)} = \frac{l(17) - l(18)}{l(12)}$$

### 2.7

x	$l_x$	$d_x$	$p_x$	$q_x$
0	1.000	700	0,300	0,700
1	300	90	0,700	0,300
2	210	84	0,600	0,400
3	126		-	1,000
4	-	-		-

Calculo de  $l_1$

$$p_x = \frac{l(x+t)}{l(x)}$$

$$0.3 = \frac{l_1}{1000}$$

## Capítulo 3

### 3.1. 20112.807

## Capítulo 4

$$4.1 \quad {}_{10/1} A_{50} = \frac{C_{61}}{D_{50}} (90\,000)$$

$$4.3 \quad A_{30} = \frac{M_{30}}{D_{30}} (200\,000)$$

## Capítulo 5

$$5.1 \quad {}_{10/} A_{35} = \frac{M_{45}}{D_{35}} (90\,000)$$

$$5.3 \quad {}_{45} E_{40} = \frac{D_{85}}{D_{40}} (780\,000)$$

## Capítulo 6

$$6.1 \quad \pi = \frac{M_{35} - M_{50}}{D_{35}} (15\,000) + \frac{R_{36} - R_{50} - 14 (M_{50})}{D_{36}} (5\,000)$$

$$6.3 \quad \pi = \frac{M_{50}}{D_{35}} (75\,000) + \frac{R_{51}}{D_{35}} (15\,000)$$

## Capítulo 7

$$7.1 \quad {}_{35/} \ddot{a}_{30} = \frac{N_{65}}{D_{30}} (12\,000)$$

## Capítulo 8

$$8.1 \quad {}_{15/} a_{60} = \frac{N_{76}}{D_{60}} (5\,000)$$

## Respuestas a los autoexámenes

### Autoexamen 1

1. 0.9736 3. Falso 5. 450

### **Autoexamen 2**

1. \$3 578,42 3. 4 748.2 5. \$24 136,72

### **Respuestas a los ejercicios del Apéndice.**

1. C

## **Bibliografía.**

Bowers, JR., Newton, L., Gerber, H., Jones, D. *Actuarial Mathematics*. The Society of Actuaries. 1997. Illinois.

Despachomatematicas. (s.f.). *Introducción a la Matemática Actuarial*. Obtenido de <http://goo.gl/6yOpKH>

Pinos, L. G. (Septiembre de 2015). *Sesiones de Matemática Actuarial*. Cuenca.

Sánchez, J. F. (s.f.). *Construcción de una tabla de mortalidad para la poblaciones ecuatoriana*. Obtenido de [espol.edu.ec](http://www.espol.edu.ec):  
<https://www.dspace.espol.edu.ec/bitstream/123456789/2096/1/4202.pdf>

Superintendencia de Bancos del Ecuador. (s.f.). *Decreto supremo 1147*. Obtenido de  
[http://www.sbs.gob.ec/medios/PORTALDOCS/downloads/normativa/decreto\\_supremo\\_1147.pdf](http://www.sbs.gob.ec/medios/PORTALDOCS/downloads/normativa/decreto_supremo_1147.pdf)

Vicente, A., Hernández, J., Caballero, A., & Moreno, J. (s.f.). *Elementos de Matemática Actuarial sobre Previsión Social y Seguros de Vida enfocado al Grado y Master en Ciencias Actuariales Y Financieras*. Obtenido de <http://www.ucm.es/info/sevipres/>

## **PALABRAS CLAVE**

Matemática Actuarial de las Operaciones de Seguro No Vida, Seguros Generales, Enseñanza práctica de la matemática actuarial, matemáticas y seguros, lo matemático y lo actuarial, Mortalidad, invalidez, supervivencia, demografía, tabla dinámica, práctica aseguradora, métodos de interpolación y ajuste, método de aproximaciones sucesivas, método de las proyecciones, símbolos de conmutación, sistema de reparto, sistema de capitalización, rentas actuariales, seguros colectivos, Seguridad Social, tasa de dependencia, población pasiva, población activa.